

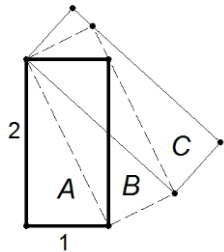
Eine kleine Aufgabensammlung aus Geometrie und Arithmetik

Das Bierdeckelproblem



Es ist leicht, 2 Quadrate so zu zerschneiden, dass man aus allen erhaltenen Teilen ein großes Quadrat legen kann (eine von mehreren Möglichkeiten ist abgebildet, wie sehen die anderen aus?). Geht das auch mit 3 oder 5 Quadraten? Vielleicht sogar mit jeder beliebigen Anzahl?

Drei Rechtecke

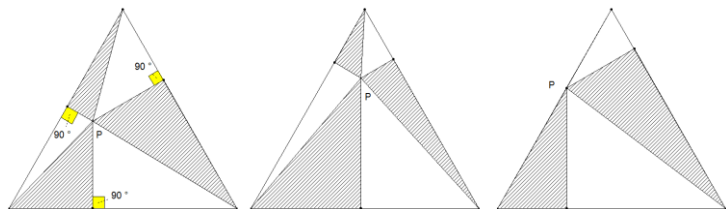


Eine Diagonale des Rechtecks A wird zur Seite eines neuen Rechtecks B, dessen gegenüberliegende Seite durch eine Ecke von A geht. Diesen Prozess wiederholt man mit dem neuen Rechteck und gelangt so zum dritten Rechteck C.

Ist der Flächeninhalt des Rechtecks C kleiner oder größer als der Flächeninhalt des Rechtecks A? Welche Seitenlängen haben die Rechtecke B, C?

Windmühlen im gleichseitigen Dreieck

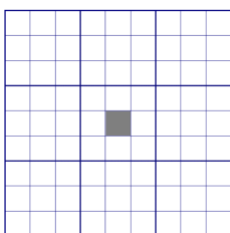
Man beweise: Wo auch immer P im Inneren des gleichseitigen Dreiecks liegt, die Summe der Inhalte der schraffiert dargestellten Dreiecke ist gleich der Summe der Inhalte der anderen Dreiecke im Dreieck.



Summen aufeinanderfolgender Zahlen

Man überzeuge sich durch Nachprüfen: 15 ist die kleinste Zahl, die sich auf 4 Weisen als Summe aufeinanderfolgender natürlicher Zahlen schreiben lässt: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 4 + 5 + 6 = 7 + 8 = 15$ (wenn man die 15 als „Summe aus einer Zahl“ mitzählt). 105 hat 8 derartige Darstellungen. Welche?

Ungerade Quadratzahlen



Die Folge der ungeraden Quadratzahlen beginnt mit 1, 9, 25, 49, 81, 121. Subtrahiert man von diesen Zahlen jeweils 1, so erhält man jeweils eine durch 8 teilbare Zahl. Durch weiteres Rechnen gelangt man schnell zu der Vermutung, dass das für alle ungeraden Quadratzahlen so ist. Man beweise diese Vermutung (die Figur ist ein Wegweiser zu einem geometrischen Beweis).