

Das Josephusproblem

Der jüdische Historiker Flavius Josephus berichtet eine schauerliche Geschichte aus dem Jahre 67 n.Chr. (Josephus war allerdings dafür bekannt, zu übertreiben). Josephus und 40 weitere Männer waren in einer Höhle von feindlichen Römern eingeschlossen. Josephus wollte sich ergeben, die anderen aber lieber sterben. Zur Bestimmung der Reihenfolge machte Josephus den Vorschlag, dass von einer Stelle beginnend, jeder dritte von seinem rechten Nachbarn mit dem Schwert zu erschlagen sei. Josephus stellte sich auf Platz 16 und gehörte so zu den letzten beiden Lebenden. Er überzeugte den anderen, sich doch lieber zu ergeben und so überlebten sie.

Seit 2000 Jahren beschäftigen sich Mathematiker mit diesem Problem, seit einigen Jahrzehnten auch Informatiker. Vieles ist inzwischen gelöst, aber es gibt immer noch nicht vollständig geklärte Fragen hinsichtlich einiger Verallgemeinerungen.

Wir wandeln das etwas makabre Spiel ab, wir kennen ja ähnliche Ausfallverfahren durch Abzählreime, wie z. B.

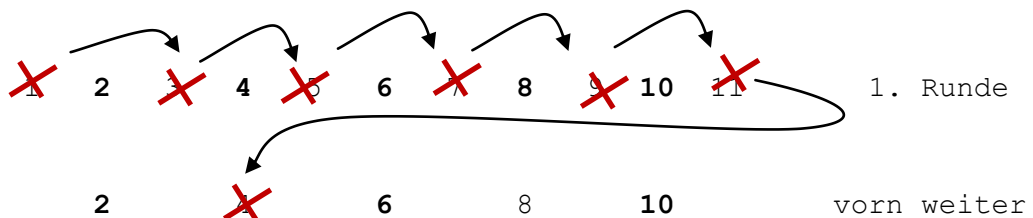
Ich und Du, Müll_ers Kuh, Müll_ers E_sel das bist Du
 * * * * * * * * * * * * #

Die Spieler stehen im Kreis, man beginnt an einer Stelle reihum zu Zählen und wirft jeden dreizehnten heraus. Wir fragen danach, wie man vorhersagen kann, wer übrig bleibt.

Zur Untersuchung ist es sinnvoll (und bequem) einen kürzeren Abzählreim zu verwenden. Man wirft nicht jeden 13. heraus, sondern arbeitet *mit der kleinsten sinnvollen Zahl*, das ist die 2 (so arbeitet man in der Mathematik ja häufig). Wir werfen – beginnend mit dem Ersten jeden zweiten heraus. Ein passender Abzählreim wäre

raus Du raus Du raus Du ...
 # * # * # * ...

Stehen z. B. die Zahlen von 1 bis 11 im Kreis, so bleibt die 6 übrig:



Aufgaben

Wie ist es für andere Startzahlen n als 11? Man probiere das aus und suche in den Daten nach mathematischen Mustern.

Wer bleibt bei $n = 81.726.566$ übrig (so viele Einwohner hat Deutschland)?