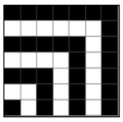
Schülerzirkel am Geomatikum am 19. 2. 2016

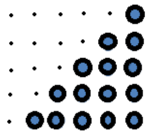
Figurierte Zahlen – Beweise (fast) ohne Worte

1. Die ersten drei Figuren „erzählen“ uns, was herauskommt, wenn man rechnet:

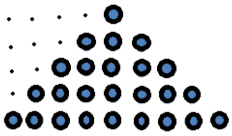
$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = ?$ $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = ?$ $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = ?$



Winkel



Treppe

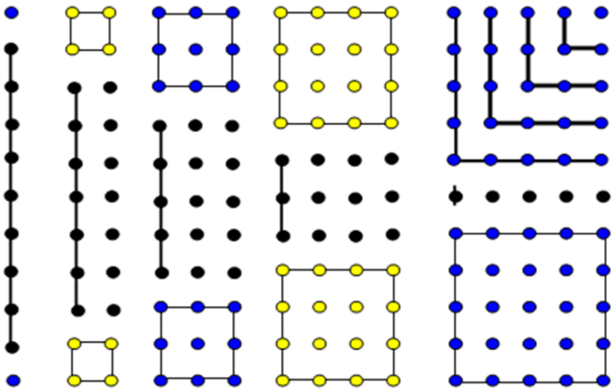


treppauf-treppab

Berechne nun: $1 + 3 + 5 + ... 1001 = ?$ $1 + 2 + 3 + ... 1001 = ?$ $1 + 2 + ... + 1001 + ... 2 + 1 = ?$

Man kann allgemeine Formeln ableiten. Welche?

2. Aus dem alten Griechenland (von den Pythagoreern 500 v. C.) stammt diese Figur. Wenn man genau hinschaut, gibt sie eine Anleitung zur schnellen Berechnung der Summe der Quadratzahlen:



$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 =$

Auch hier kann man weiterdenken:

$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + ... 1001^2 =$

Man muss sich natürlich überlegen, dass man immer eine entsprechende Figur legen kann!

3. John Horton Conway ist ein zeitgenössischer englischer Mathematiker, von dem erzählt wird, dass er schon mit vier Jahren die Potenzen von Zwei aufzählen konnte. In einem seiner Bücher habe ich die rechts abgebildete Zahlenanordnung der „Größe 5“ gefunden. Wie sehen die entsprechenden Abbildungen der Größen 2, 3, 4 aus? Welches Summationsproblem wird hier gelöst?