



Halbsummenfenster

eine kleine zahlentheoretische Untersuchung

Betrachtet man Anfangsstücke der Folge der natürlichen Zahlen, so kann einem sehr viel Interessantes auffallen. In einigen Folgen der ersten n natürlichen Zahlen findet man z. B. zusammenhängende Abschnitte mit der halben Summe aller Zahlen, die wir „Halbsummenfenster“ nennen wollen.

$$\boxed{1\ 2}\ 3 \quad \text{Summe } 6, 1 + 2 = 3$$

$$1\ \boxed{2\ 3}\ 4 \quad \text{Summe } 10, 2 + 3 = 5$$

$$1\ \boxed{2\ 3\ 4\ 5}\ 6\ 7 \quad \text{Summe } 28, 2 + 3 + 4 + 5 = 14$$

Für $n = 8$ findet ein guter Kopfrechner schnell gleich zwei Möglichkeiten:

$$1\ 2\ 3\ 4\ \boxed{5\ 6\ 7}\ 8 \quad 1\ 2\ \boxed{3\ 4\ 5\ 6}\ 7\ 8$$

Aufgaben

1. Für welche n von $n = 1$ bis $n = 20$ gibt es Halbsummenfenster, für welche nicht? Probiere das aus und versuche auch, für jedes n alle möglichen Halbsummenfenster zu finden.
2. Wie ist es bei $n = 999$, $n = 1000$ und $n = 1001$?
3. Die hohen Zahlen der zweiten Aufgabe deuten es schon an: Letztlich suchen wir eine Mini-Theorie, die uns diese Frage und weitere – auch selbstgefundene – für beliebige $n \in \mathbb{N}$ beantwortet. Man entwickle eine derartige kleine Theorie, die natürlich auch Vermutungen und ungelöste Anschlussfragen enthalten kann (diese sind oft sogar besonders reizvoll und motivieren einen selbst oder andere zur Weiterarbeit).